6.- ¿Qué son los números imaginarios?

Hay dos clases de números con las que la mayoría de nosotros está familiarizado: los números positivos (+5, +17,5) y los números negativos (-5, -17,5). Los números negativos fueron introducidos en la Edad Media para poder resolver problemas como 3 - 5.

A los antiguos les parecía imposible restar cinco manzanas de tres manzanas. Pero los banqueros medievales tenían una idea muy clara de la deuda. "Dame cinco manzanas. Sólo tengo dinero para tres, de modo que te dejo a deber dos", que es como decir

$$(+3) - (+5) = (-2).$$

Los números positivos y negativos se pueden multiplicar según reglas bien definidas. Un número positivo multiplicado por otro positivo da un producto positivo. Un número positivo multiplicado por otro negativo da un producto negativo. Y lo que es más importante, un número negativo multiplicado por otro negativo da un producto *positivo*. Así[1]:

$$(+1) \times (+1) = (+1);$$
$$(+1) \times (-1) = (-1)$$
$$(-1) \times (-1) = (+1).$$

Supongamos ahora que nos preguntamos: ¿Qué número multiplicado por sí mismo da +1? O expresándolo de manera más matemática: ¿Cuál es la raíz cuadrada de +1?

Hay dos soluciones. Una es +1, puesto que $(+1) \times (+1) = (+1)$. La otra es -1, puesto que $(-1) \times (-1) = (+1)$. Los matemáticos lo expresan en su jerga escribiendo

$$\sqrt{+1} = \pm 1$$

Sigamos ahora preguntando: ¿Cuál es la raíz cuadrada de -1?

Aquí nos ponen en un brete. No es + 1, porque multiplicado por sí mismo da +1. Tampoco es -1, porque multiplicado por sí mismo da también +1. Cierto que $(+1) \times (-1) = (-1)$, pero esto es la multiplicación de dos números diferentes y no la de un número por sí mismo.

Podemos entonces inventar un número y darle un signo especial, por ejemplo # 1, definiéndolo como sigue: # 1 es un número tal que $(\# 1) \times (\# 1) = (-1)$.

Cuando se introdujo por vez primera esta noción, los matemáticos se referían a ella como un "número imaginario" debido simplemente a que no existía en el sistema de números a que

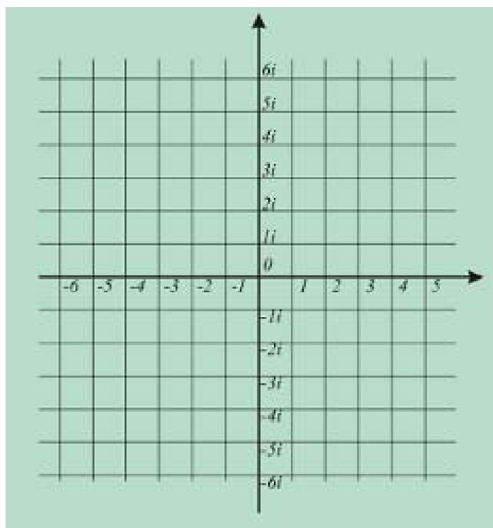
[1] "Los amigos de mis amigos, son mis amigos; los amigos de mis enemigos son mis enemigos; los enemigos de mis enemigos son mis amigos

estaban acostumbrados. De hecho no es más imaginario que los “números reales” ordinarios. Los llamados números imaginarios tienen propiedades perfectamente definidas y se manejan con tanta facilidad como los números que ya existían antes.

Y, sin embargo, como se pensaba que los nuevos números eran “imaginarios”, se utilizó el símbolo “*i*”. Podemos hablar de números imaginarios positivos (+*i*) y números imaginarios negativos (-*i*), mientras que (+1) es un número real positivo y (-1) un número real negativo. Así pues, podemos decir $\sqrt{-1} = +i$.

El sistema de los números reales tiene una contrapartida similar en el sistema de los números imaginarios. Si tenemos +5, -17,32, +3/10, también podemos tener +5*i*, -17,32*i*, +3*i*/10.

Incluso podemos representar gráficamente el sistema de números imaginarios.



Supóngase que representamos el sistema de los números reales sobre una recta, con el 0 (cero) en el centro. Los números positivos se hallan a un lado del cero y los negativos al otro.

Podemos entonces representar el sistema imaginario de números a lo largo de otra recta que corte a la primera en ángulo recto en el punto cero, con los imaginarios positivos a un lado y los negativos al otro. Utilizando ambos tipos al mismo tiempo se pueden localizar números en cualquier lugar del plano: (+2) + (+3*i*) ó (+3) + (-2*i*). Éstos son “números complejos”.

Para los matemáticos y los físicos resulta utilísimo poder asociar todos los puntos de un plano con un sistema de números. No podrían pasarse sin los llamados números imaginarios.